

Ciągi - zadania

Zad. 1

Oblicz sześć początkowych wyrazów ciągu (a_n) określonego wzorem

a) $a_n = 3n + 2$

b) $a_n = (n - 2)n$

c) $a_n = n^2 - 4$

d) $a_n = n \cdot 2^{n-1}$

e) $a_n = \frac{n-1}{n+1}$

f) $a_n = \frac{3n}{2-3n}$

g) $a_n = (-1)^n 2^{n+3}$

h) $a_n = |n - 2|$

i) $a_n = (-1)^{n+1} \cdot (n^2 - 9)$

Zad. 2

Ciąg (a_n) określony jest wzorem ogólnym. Oblicz wskazany wyraz ciągu

a) $a_n = 7 - 5n$; a_4

b) $a_n = n^2 - 3n + 1$; a_6

c) $a_n = (-2)^n$; a_8

d) $a_n = (-3)^{-n}$; a_5

e) $a_n = \frac{3}{4n+1}$; a_{10}

f) $a_n = \frac{n}{n+1} \cdot (-1)^{n+1}$; a_9

g) $a_n = 2^{n-3} + 3$; a_1

Zad. 3

Oblicz a_1 , a_2 i a_5 , dla ciągu (a_n) określonego wzorem ogólnym:

a) $a_n = (-1)^{n+1} \cdot \frac{4-n^2}{n+1}$

b) $a_n = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2-n}$

c) $a_n = 2 \log n + \log 4$

Zad. 4

Zapisz w jak najprostszej postaci wyrażenia równe a_{n-1} ; a_{n+1} ; a_{2n+1}

a) $a_n = n - 1$

b) $a_n = n^2 + 5$

c) $a_n = \frac{1}{n+3}$

d) $a_n = 1 - 2n$

e) $a_n = 2^{n-1} + 3$

f) $a_n = (-1)^n$

Zad. 5

Które wyrazy ciągu a_n są równe zero?

a) $a_n = 4n - 2$

b) $a_n = n^2 + n - 20$

c) $a_n = 2n^2 - 8n$

d) $a_n = \frac{n^2-9}{n+3}$

e) $a_n = n^3 - n^2 - 16n + 16$

f) $a_n = n^3 - 2n^2 - 50n + 100$

g) $a_n = (n - 3)(n + 2)$

h) $a_n = (n - 30)(n - 2)$

i) $a_n = (2n - 1)(n - 2)$

j) $a_n = n^2 - 6n + 5$

k) $a_n = n^2(n^2 - 16)$

l) $a_n = (n^2 - 3)(n^2 - 4)$

m) $a_n = \frac{n^2 - 3n + 2}{n + 1}$

n) $a_n = \frac{n^2 - 9n + 14}{n^2 + 4}$

Zad. 6

Które wyrazy ciągu (a_n) są równe 1?

a) $a_n = \frac{n^2 - 3n + 6}{n + 2}$

b) $a_n = \frac{n^2 - 6n + 15}{n + 3}$

Zad. 7

Ciąg (a_n) określony jest wzorem $a_n = -\frac{2}{3}n + 21$. Którym wyrazem tego ciągu jest liczba 9?

Zad. 8

Ciąg (a_n) określony jest wzorem $a_n = n^2 - 8n + 31$. Którym wyrazem tego ciągu jest liczba 51?

Zad. 9

Ciąg (a_n) określony jest wzorem $a_n = \frac{1}{4}n^2 - 5n + 6$. Którym wyrazem tego ciągu jest liczba -10?

Zad. 10

Który wyraz ciągu (a_n) jest równy liczbie p :

a) $a_n = n(n - 5)$ $p = 6$

b) $a_n = \frac{n-3}{n+2}$ $p = \frac{8}{13}$

c) $a_n = \frac{n^2}{n+1}$ $p = 8,1$

d) $a_n = (-3)^n$ $p = -243$

e) $a_n = \sqrt{2n + 4}$ $p = 6$

f) $a_n = \sqrt{\frac{2n+6}{n+1}}$ $p = 2$

g) $a_n = \frac{3n+2}{4}$ $p = 8$

h) $a_n = \frac{-2n+20}{5}$ $p = -7$

i) $a_n = n^2 - 7n + 1$ $p = 44$

j) $a_n = n^2 - 5n + 3$ $p = 27$

k) $a_n = \frac{5-n}{2n+1}$ $p = \frac{1}{9}$

l) $a_n = \frac{n}{n^2+1}$ $p = \frac{2}{5}$

Zad. 11

Ile dodatnich wyrazów ma ciąg a_n ?

a) $a_n = -n^2 - 10n + 21$

b) $a_n = 7 - n$

c) $a_n = -2n^2 + 13n - 15$

d) $a_n = \frac{1-n}{n^2+1}$

e) $a_n = 2n - 7$

$$f) a_n = \frac{10-n}{3n-16}$$

$$g) a_n = -n^2 + 12n - 3$$

Zad. 12

Ile ujemnych wyrazów ma ciąg a_n ?

$$a) a_n = n^2 - 18\frac{1}{2}n + 40$$

$$b) a_n = n^2 - 10$$

$$c) a_n = \frac{n-6}{n+3}$$

$$d) a_n = -n^2 + 10n + 11$$

$$e) a_n = \frac{9-n}{7-3n}$$

Zad. 13

Które wyrazy ciągu (a_n) są większe od liczby x , jeżeli:

$$a) a_n = 2n + 2; \quad x = 18$$

$$b) a_n = (n - 3)^2; \quad x = 5$$

$$c) a_n = 10 - n^2; \quad x = 0$$

$$d) a_n = n^2 - 9; \quad x = 6$$

$$e) a_n = -n^2 + 3n; \quad x = -4$$

$$f) a_n = n^2 - 3n; \quad x = 10$$

$$g) a_n = n^2 + 2n - 200; \quad x = 24$$

$$h) a_n = n^2 + 4n - 200; \quad x = 21$$

Zad. 14

Znajdź wszystkie wyrazy ciągu $a_n = 4n - 3$ należące do przedziału $\langle 789; 801 \rangle$

Zad. 15

Znajdź wszystkie wyrazy ciągu $a_n = 3n - 5$ należące do przedziału $\langle 355; 370 \rangle$

Zad. 16

Dany jest ciąg $a_n = n^2 + 4n - 8$

a) którym wyrazem tego ciągu jest liczba 24?

b) zbadaj, czy liczba 10 jest wyrazem tego ciągu.

Zad. 17

Dany jest ciąg $a_n = \frac{3n-100}{2}$

a) oblicz piętnasty wyraz tego ciągu

b) którym wyrazem tego ciągu jest liczba 10?

c) ile wyrazów ujemnych ma ten ciąg?

Zad. 18

Dany jest ciąg $a_n = \frac{90-4n}{3}$

a) oblicz dwudziesty wyraz tego ciągu

b) którym wyrazem tego ciągu jest liczba 50?

c) ile wyrazów dodatnich ma ten ciąg?

Zad. 19

Zbadaj monotoniczność ciągu:

a) $a_n = 4n - 7$

b) $a_n = \sqrt{3}n + 1$

c) $a_n = \frac{n-3}{4}$

d) $a_n = n^2 - 1000$

e) $a_n = n^2 - 9$

f) $a_n = \frac{n^2}{2}$

g) $a_n = n^2 + 4n - 3$

h) $a_n = n - 2n^2$

i) $a_n = 3 - 5n$

j) $a_n = \sqrt{2}n - 4$

k) $a_n = -\frac{1}{2}n^2 + 3$

l) $a_n = 2n^{\frac{2}{2}} - 6$

m) $a_n = -n^2 - 4n + 5$

n) $a_n = -0,1n + 20$

o) $a_n = n^2 - n - 6$

p) $a_n = 100 - n^2$

q) $a_n = \frac{n+4}{n+1}$

Zad. 20

Wyznacz sześć początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego, jeżeli:

a) $a_1 = -10, r = 3$

b) $a_1 = 5, r = -2$

c) $a_1 = -1, r = 4$

d) $a_1 = 8, r = -2$

e) $a_2 = 3, a_3 = 8$

f) $a_5 = 0, a_6 = -1,5$

g) $a_1 = -2, r = 3$

h) $a_2 = 16; a_3 = 18$

i) $a_6 = 5, r = -\frac{1}{2}$

j) $a_5 = -4, a_6 = -8$

Zad. 21

Które z podanych ciągów są ciągami arytmetycznymi:

a) $a_n = 3n + 1$

b) $a_n = 2n$

c) $a_n = 5n^2 - 7$

d) $a_n = \frac{2n - \sqrt{2}}{3}$

e) $a_n = 4n - 6$

f) $a_n = \frac{1}{2}n - 5$

g) $a_n = -5n + 9$

Zad. 22

Oblicz dziesiąty wyraz ciągu arytmetycznego 12, 17, 22,

Zad. 23

Oblicz piętnasty wyraz ciągu arytmetycznego $-5, -1\frac{1}{4}, 2\frac{1}{2}, \dots$

Zad. 24

Oblicz pierwszy wyraz a_1 oraz różnicę r ciągu arytmetycznego, jeżeli:

a) $a_3 = 7; a_6 = 16$

b) $a_5 = 5; a_{11} = 8$

c) $a_4 = -7; a_8 = -19$

d) $a_5 = 16; a_{12} = 51$

e) $a_2 = -7; a_8 = 11$

f) $a_9 = 60; a_{21} = 0$

g) $a_4 = 1\frac{2}{3}$ $a_{11} = 4$

h) $a_5 = -8$; $a_9 = -2$

i) $a_3 = 8$; $a_{10} = 29$

j) $a_7 = -8$; $a_2 = 2$

k) $a_3 = -5$; $a_6 = 4$

l) $a_2 = 17$; $a_4 + a_6 = 46$

m) $a_3 + a_5 = 32$; $a_6 - a_2 = 12$

n) $a_3 = 10$; $a_2 + a_6 = 28$

o) $a_1 + a_4 = 17$; $a_2 + a_8 = 32$

p) $a_3 + a_4 = 14$; $a_2 + a_7 = 22$

Zad. 25

Oblicz pierwszy wyraz i różnicę ciągu arytmetycznego mając dane:

a) $2a_4 + a_7 = 27$; $a_5 - a_3 = -8$

b) $a_2 + a_7 = 23$; $2a_5 - a_2 = 1$

c) $a_1 + a_6 = 12$; $a_2 - 3a_6 = 24$

d) $a_2 + a_4 = 28$; $2a_5 - 3a_7 = 26$

e) $2a_2 + a_5 = 3$; $3a_4 - a_5 = 8$

Zad. 26

Oblicz pierwszy wyraz ciągu arytmetycznego mając dane:

a) $a_{22} = -92$; $r = -3$

b) $a_7 = 37$; $r = 5,5$

c) $a_{39} = 15,4$; $r = 0,4$

d) $a_{111} = 44$; $r = 1,25$

Zad. 27

Oblicz różnicę ciągu arytmetycznego mając dane:

a) $a_1 = 7$; $a_{29} = 133$

b) $a_1 = -12$; $a_{34} = 65$

c) $a_1 = 28,5$; $a_{46} = 6$

d) $a_1 = 3\sqrt{3}$; $a_{16} = -42\sqrt{3}$

Zad. 28

Dla jakich x , dane liczby są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego:

a) $x - 1$; $x + 2$; $2x - 1$

b) $x - 2$; $x + 2$; $3x - 4$

c) $3x + 1$; $2x - 4$; $5x + 3$

d) x ; 7 ; 19

e) $x - 4$; 3 ; $x + 4$

f) $x - 1$; 3 ; $x + 7$

g) $4x^2 - 1$; $6x + 1$; $x^2 + 7$

h) x^2 ; $2x - 1$; $x - 2$

i) $x - 2$; $x^2 - 11$; $2x$

j) $2x - 5$; $x^2 - 5$; $2x + 1$

k) $x^2 + 1$; $5x - 2$; $2x^2 + x + 1$

l) $x^3 - 5x^2$; $x - 18$; $2x^2 - 10x$

m) $x^2 + 1$; $2x^2 + 1$; 13

n) $x + 1$; $4x - 1$; $3x + 5$

o) $x + 3$; x^2 ; $4x$

p) $x^2 + 2$; $(x + 1)^2$; $4x^2 + 1$

q) $\frac{x-2}{2}$; 6 ; $\frac{x+6}{2}$

r) $4x + 2$; $5x + 1$; $9x - 2$

s) $2x + 1$; $x^2 - 2x + 8$; $4x + 3$

Zad. 29

Sprawdź, czy dane liczby są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego

- a) $\frac{1}{\sqrt{5}-2}; \sqrt{5}; \sqrt{5} - 2$
 b) $3 - \sqrt{2}; 3; 3 + \frac{2}{\sqrt{2}}$
 c) $\frac{5+\sqrt{5}}{20}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5+\sqrt{5}}$
 d) $\sqrt{5}; \sqrt{5} - \sqrt{2}; \frac{-3}{\sqrt{5}+2\sqrt{2}}$

Zad. 30

Wykaż, że przedstawione w podanej kolejności liczby tworzą ciąg arytmetyczny:

- a) $\sqrt{5}; 2; 4 - \sqrt{5}$
 b) $\sqrt{2} - 1; \frac{1}{\sqrt{2}-1}; \sqrt{2} + 3$
 c) $2 - 3\sqrt{3}; \frac{1}{2+\sqrt{3}}; 2 + \sqrt{3}$

Zad. 31

Wyznacz wzór ogólny ciągu arytmetycznego:

- a) 2;7;12;17,.....
 b) -3;-6;-9;-12,.....
 c) 1,7,13,19,.....
 d) 8; 7,6; 7,2; 6,8;.....
 e) 0,3; 0,6; 0,9; 1,2;
 f) 1; 5; 9; 13;
 g) 3; 5; 7; 9;
 h) 8; 6; 4; 2;.....
 i) $\frac{1}{4}; \frac{1}{2}; \frac{3}{4}; 1; \dots$
 j) -10; -8; -6;
 k) $\frac{1}{2}; \frac{5}{6}; \frac{7}{6}; \dots$

Zad. 32

Oblicz, z ilu wyrazów składa się ciąg arytmetyczny (a_n) o wyrazach:

- a) 2; 4; 6; 8;; 98
 b) 1; 3; 5; 7;; 121
 c) -4; -2; 0; 2;; 88
 d) -25; -20; -15; -10;; 65
 e) -2; 1; 4; 7; ...; 49
 f) 6; 1; -4; -9; ...-114
 g) 0,8; 0,4; 0; -0,4;; -14,8
 h) 1;4; 7; 10;, 433
 i) $1; \frac{1}{2}; 0; -\frac{1}{2}; \dots; -24$
 j) -2; -1,3; -0,6; 0,1; ...; 12
 k) $\frac{4}{5}; 1; 1\frac{1}{5}; 1\frac{2}{5}; \dots; 17\frac{1}{5}$

Zad.33

Którym wyrazem ciągu arytmetycznego (a_n) o wyrazach 100, 98, 96,... jest liczba 60?

Zad. 34

W ciągu arytmetycznym (a_n) dane są $a_1 = 20$; $r = 4$. Oblicz:

a) który wyraz ciągu jest równy 152

b) 152 wyraz ciągu.

Zad. 35

Wyznacz ciąg arytmetyczny, w którym suma czwartego i siódmego wyrazu jest równa 31, a suma piątego i ósmego wyrazu jest równa 37.

Zad. 36

Między liczbami 4 i 22 wstaw pięć liczb tak, aby wraz z danymi liczbami tworzyły ciąg arytmetyczny.

Zad. 37

Między liczbami 65 i 35 wstaw dziewięć liczb tak, aby wraz z danymi liczbami tworzyły ciąg arytmetyczny.

Zad. 38

Między liczbami 5 i 26 wstaw sześć liczb tak, aby wraz z danymi liczbami tworzyły ciąg arytmetyczny.

Zad. 39

Pomiędzy liczbami 34 i 2 wstaw siedem liczb takich, aby wraz z danymi liczbami tworzyły kolejne wyrazy ciągu arytmetycznego.

Zad. 40

Ile liczb należy wstawić pomiędzy 11 i 47, aby otrzymany ciąg był ciągiem arytmetycznym o różnicy 3?

Zad. 41

Ile liczb należy wstawić pomiędzy 88 i 10, aby otrzymany ciąg był ciągiem arytmetycznym o różnicy - 6?

Zad. 42

Oblicz sumę:

a) $5+10+15+\dots+250$

b) $3+6+9+\dots+99$

c) $14+21+28+\dots+693$

d) $2+4+6+\dots+204$

e) $4+8+12+\dots+808$

f) $36+42+48+\dots+1200$

g) $1+2+\dots+90$

h) $11+12+\dots+70$

i) $-5 - 7 - 9 - \dots - 23$

j) $\frac{1}{2} + 2 + \frac{7}{2} + \dots + 29$

k) $3+7+9+\dots+103$

l) $-2 -8- 14 -20-\dots-176$

m) $29 +22+15+8+\dots+(-272)$

n) $-7 -4- 1 +2+5+\dots+227$

Zad. 43

Oblicz sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (a_n) , gdy:

- a) $a_1 = 5; r = 4; n = 10$
- b) $a_1 = 10; a_2 = 40; n = 20$
- c) $a_1 = -6; a_4 = 2; n = 12$
- d) $a_4 = -9; a_{10} = 21; n = 10$

Zad. 44

Wyznacz a_1 ; r oraz wzór ogólny a_n ciągu arytmetycznego mając dane:

- a) $a_3 = 14; S_3 = 30$
- b) $a_9 = -4; S_5 = 70$
- c) $a_5 = 15; S_4 - S_3 = 11$
- d) $S_5 = 35; S_7 = 70$
- e) $S_4 = 56; S_{10} = 260$
- f) $a_2 = 12; S_8 = 156$
- g) $a_2 = 9; S_7 = 119$
- h) $S_6 = 60; S_{11} = 165$
- i) $S_5 = 40; S_9 = 126$

Zad. 45

Rozwiąż równania:

- a) $3+5+7+\dots+x=168$
- b) $5+8+11+\dots+x=390$
- c) $6+10+14+\dots+x=448$
- d) $3+8+13+\dots+x=570$
- e) $2+5+8+\dots+x=155$
- f) $1-5-11-\dots-x=-207$
- g) $1+7+13+\dots+x=280$
- h) $1+4+7+\dots+x=117$
- i) $(x+1)+(x+4)+(x+7)+\dots+(x+28)=155$
- j) $x+(x+3)+(x+6)+\dots+(x+57)=580$
- k) $(1+x)+((2+3x)+(3+5x))+\dots+(50+99x)=275$
- l) $2+2\sqrt{2}+4+\dots+x=62+30\sqrt{2}$

Zad. 46

Rozwiąż równania:

- a) $1+5+9+\dots+(4n-3)=496$
- b) $7+9+11+\dots+(2n+5)=520$
- c) $1+4+7+\dots+(3n-2)=425$
- d) $6+11+16+\dots+(5n+1)=341$

Zad. 47

Oblicz :

- a) sumę dwudziestu jeden początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego w którym $a_1 = 42$ i $r = -3$

- b) sumę trzydziestu pięciu początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego $a_n = 8 - 5n$
- c) sumę stu początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego $-5\frac{1}{2}; -5; -4\frac{1}{2}; \dots$
- d) sumę dziewiętnastu początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego $a_4 = -1,9; a_7 = -4$
- e) S_{30} w ciągu arytmetycznym w którym $S_{10} = -37,5; S_{20} = 25$
- f) sumę dziesięciu początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego, w którym $S_{20} = 33$
 $S_{30} = 86$
- g) sumę wszystkich liczb parzystych od 2 do 2014
- h) sumę wszystkich liczb nieparzystych od 1 do 1963
- i) sumę wszystkich liczb naturalnych podzielnych przez 8 i mniejszych od 400
- j) sumę wszystkich liczb dwucyfrowych podzielnych przez 4
- k) sumę wszystkich liczb dwucyfrowych podzielnych przez 3
- l) sumę wszystkich liczb trzycyfrowych podzielnych przez 5
- ł) sumę trzydziestu kolejnych liczb będących wielokrotnościami 9, z których najmniejszą jest 9
- m) pięćdziesięciu kolejnych liczb będących wielokrotnościami 12, z których najmniejszą jest 24
- n) sumę trzycyfrowych liczb parzystych
- o) sumę czterocyfrowych liczb nieparzystych

Zad. 48

Ile początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego 3,5,7,9,... należy dodać, aby otrzymać liczbę 255?

Zad. 49

Ile początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego -7,-5,-3,-1,1,... należy dodać, aby otrzymać liczbę 209?

Zad. 50

Ile początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego -5;-3;-1;... należy dodać, aby otrzymać sumę 391?

Zad. 51

Liczby 7,5,3 (w podanej kolejności) to trzy początkowe wyrazy ciągu arytmetycznego. Oblicz $a_{13} + a_{14} + \dots + a_{20}$

Zad. 52

Ile co najmniej początkowych wyrazów ciągu -9;-7;-5;-3;-1;1;... należy dodać, aby otrzymana suma była większa od 200?

Zad. 53

Ile wyrazów ciągu $a_n = 4n - 1$ należy dodać, aby otrzymana suma wynosiła 595?

Zad. 54

Ile wyrazów ciągu $a_n = 5n - 3$ należy dodać, aby otrzymana suma wynosiła 354?

Zad. 55

Dany jest ciąg arytmetyczny $a_n = 2n + 1$. Oblicz sumy:

- a) $a_5 + a_6 + a_7 + \dots + a_{20}$
- b) $a_{10} + a_{11} + a_{12} + \dots + a_{25}$

Zad. 56

Dany jest ciąg arytmetyczny $a_n = 4n - 3$. Oblicz sumy:

- a) $a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{101}$
- b) $a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{80}$
- c) $a_3 + a_6 + a_9 + \dots + a_{90}$

Zad. 57

Dany jest ciąg arytmetyczny $a_n = 2n + 3$. Oblicz sumy:

- a) $a_{10} + a_{12} + a_{14} + \dots + a_{100}$
- b) $a_{21} + a_{23} + a_{25} + \dots + a_{99}$

Zad. 58

Wyznacz ogólny wyraz ciągu, którego suma n początkowych wyrazów wyraża się wzorem:

- a) $S_n = 3n^2 - n$
- b) $S_n = n^2 - 4n$
- c) $S_n = 5n - n^2$
- d) $S_n = \frac{1}{2}n - \frac{1}{4}n^2$

Zad. 59

Wyznacz pięć początkowych wyrazów ciągu geometrycznego, jeżeli:

- a) $a_1 = 2$; $a_2 = 6$
- b) $a_1 = -3$; $a_2 = -1$
- c) $a_1 = 5$; $a_2 = -10$
- d) $a_1 = 4$; $q = -\frac{1}{2}$
- e) $a_1 = \sqrt{2}$; $q = -\sqrt{2}$
- f) $a_1 = -6$; $a_2 = -1$
- g) $a_1 = 2\sqrt{3}$; $a_3 = 2$
- h) $a_3 = \frac{2}{3}$; $a_4 = \frac{3}{2}$
- i) $a_2 = -4$; $a_3 = 8$
- j) $a_2 = 3\sqrt{3}$; $a_3 = 3$
- k) $a_3 = 1$; $a_4 = \frac{1}{2}$
- l) $a_3 = -7$; $a_4 = 7$
- m) $a_1 = 2$; $q = 3$
- n) $a_3 = \frac{4}{9}$; $q = -\frac{1}{3}$
- o) $a_1 = 16$; $q = -\frac{1}{4}$
- p) $a_1 = \frac{1}{8}$; $q = 2$
- q) $a_4 = 6250$; $a_6 = 256$

Zad. 60

Sprawdź, czy podane ciągi są ciągami geometrycznymi:

- a) $a_n = 5^n$
- b) $a_n = 3 \cdot 2^n$
- c) $a_n = \frac{1}{n}$
- d) $a_n = (-3)^n$
- e) $a_n = 4^{n+3}$

Zad. 61

Wyznacz ciąg geometryczny tzn. pierwszy wyraz a_1 oraz iloraz q mając dane:

- a) $a_3 = -12$; $a_4 = 24$
- b) $a_2 = -27$; $a_5 = -8$
- c) $a_3 = 4$; $a_8 = -\frac{1}{8}$
- d) $a_2 = 1$; $a_5 = \frac{1}{8}$
- e) $a_4 = 81$; $a_6 = 729$
- f) $a_3 = -4$; $a_4 = \frac{1}{4}$
- g) $a_2 = -6$; $a_4 = -24$
- h) $a_3 = 3$; $a_5 = \frac{3}{4}$
- i) $a_2 = 10$; $a_4 = 40$
- j) $a_3 = -9$; $a_5 = -81$
- k) $a_1 = 3$; $a_6 = 96$
- l) $a_3 = 8$; $a_6 = 2\frac{10}{27}$
- m) $a_2 = 12$; $a_1 + a_3 = 26$
- n) $a_2 = 10$; $a_1 + a_3 = 25$
- o) $a_1 + a_3 = 10$; $a_2 + a_4 = 5$
- p) $a_5 - a_1 = 80$; $a_4 - a_2 = 24$
- q) $a_5 - a_1 = 75$; $a_4 + a_2 = -50$

Zad. 62

Wyznacz wzory ogólne podanych ciągów geometrycznych:

- a) 5; 25; 125;
- b) 1; 4; 16;
- c) -2; 4; -8;
- d) 7; 14; 28;
- e) 9; 3; 1;
- f) $2; 2\sqrt{2}; 4; \dots$
- g) $\frac{1}{4}; -\frac{1}{2}; 1; -2; \dots$
- h) $-\frac{1}{32}; \frac{1}{8}; -\frac{1}{2}; 2; \dots$
- i) $-4; -2; -1; -\frac{1}{2}; \dots$
- j) 3; 6; 12; 24;
- k) $\frac{3}{4}; 1; \frac{4}{3}; \frac{16}{9}; \dots$
- l) $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \dots$
- m) 0,2; -0,06; 0,018; -0,0054;
- n) $2; \frac{2}{3}; \frac{2}{9}; \frac{2}{27}; \dots$

Zad. 63

Dla jakiej wartości x dane liczby są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego:

- a) $x; x+2; x+12$
- b) $x; x+1; 2x+2$
- c) $3x+4; 2x; 2x+6$
- d) $-16; 2x+4; -9$
- e) $2; x+1; x+4$
- f) $2x+1; 3; 8x-1$
- g) $x-7; 5; 15$
- h) $x+15; 8; x-15$
- i) $2x; 30; 18x$
- j) $x-3; x+4; 2x+8$
- k) $x-7; x+3; 4x-3$
- l) $4x+2; 2x-2; 2x-6$
- m) $2x+6; 6x-2; 4-2x$
- n) $x-3; 2x-5; 2x+1$
- o) $4; x-2; 16$

Zad. 64

Wykaż, że trzy dane liczby w podanej kolejności tworzą ciąg geometryczny:

a) $\sqrt{5} - 2; \frac{1}{2}; \frac{\sqrt{5}+2}{4}$

b) $\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}; \frac{2+\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{4}$

c) $3 + 2\sqrt{2}; -1 - \sqrt{2}; 1$

d) $\sqrt{20} - 4; 1; \frac{\sqrt{5}+2}{2}$

Zad. 65

Oblicz sumę wyrazów ciągu geometrycznego:

a) $1+2+4+\dots+64$

b) $1-3+9-27+81-\dots+729$

c) $5+10+20+\dots+1280$

d) $1+3+9+27+\dots+243$

e) $2+1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\dots+\frac{1}{64}$

f) $-2+4 - 8 +16 - \dots+1024$

Zad. 66

Oblicz sumę n wyrazów ciągu geometrycznego (a_n) jeżeli:

a) $a_1 = 2; q = -2; n = 6$

g) $a_1 = -1; q = -\frac{1}{2}; n = 6$

b) $a_1 = -3; q = \frac{1}{4}; n = 5$

h) $a_n = 4^{n-2}; n = 5$

c) $a_5 = 8; a_8 = 64; n = 8$

i) $a_n = 2 \cdot (-2)^n; n = 10$

d) $a_3 = 2\frac{2}{9}; a_5 = \frac{80}{81}; n = 5$

j) $a_n = 9 \cdot (\frac{2}{3})^n; n = 4$

e) $a_n = 3^n; n = 8$

f) $a_1 = 1; q = -2; n = 5$

Zad. 67

Wyznacz pierwszy wyraz a_1 ciągu geometrycznego wiedząc, że:

a) $q = 5; a_7 = 125$

b) $q = \frac{1}{2}; a_{13} = \frac{1}{8192}$

c) $q = -\frac{2}{3}; a_6 = \frac{32}{27}$

d) $q = 3; a_8 = 10935$

e) $q = 6; a_4 = -151,2$

f) $q = -0,2; a_5 = -0,192$

Zad. 68

Wyznacz iloraz q ciągu geometrycznego wiedząc, że:

a) $a_1 = 6; a_5 = \frac{2}{27}$

b) $a_1 = -1; a_{10} = -512$

c) $a_1 = 100; a_5 = 65,61$

d) $a_1 = 0,5; a_6 = 512$

e) $a_1 = \frac{2}{3}$; $a_7 = \frac{1}{6144}$

f) $a_1 = -5$; $a_4 = -8,64$

Zad. 69

Pomiędzy liczby 15 i 405 wstaw dwie liczby tak, aby wraz z danymi tworzyły kolejne wyrazy ciągu geometrycznego.

Zad. 70

Pomiędzy liczby 5 i 20 wstaw trzy liczby tak, aby wraz z danymi liczbami tworzyły kolejne wyrazy ciągu geometrycznego.

Zad. 71

Między liczby 3 i $\frac{16}{2187}$ wstaw trzy liczby tak, aby wraz z danymi liczbami tworzyły kolejne wyrazy ciągu geometrycznego.

Zad. 72

Między liczby 12 i 2916 wstaw cztery liczby tak, aby wraz z danymi liczbami tworzyły kolejne wyrazy ciągu geometrycznego.

Zad. 73

Suma czwartego i siódmego wyrazu ciągu arytmetycznego wynosi 86, a suma drugiego i trzynastego wyrazu tego ciągu jest równa 22. Znajdź pierwszy wyraz i różnicę tego ciągu.

Zad. 74

W ciągu arytmetycznym składającym się z dziewięciu wyrazów suma trzech pierwszych wyrazów równa się 15, a suma trzech następnych wyrazów jest równa 42. Oblicz sumę trzech ostatnich wyrazów tego ciągu.

Zad. 75

Oblicz długości boków trójkąta prostokątnego wiedząc, że tworzą one ciąg arytmetyczny o różnicy 2.

Zad. 76

Miary trzech kolejnych kątów czworokąta wpisanego w koło tworzą ciąg arytmetyczny o różnicy 47° . Oblicz miary kątów tego czworokąta.

Zad. 77

Rowerzysta w ciągu pierwszej godziny przejechał 20km, a w ciągu każdej następnej godziny odcinek o 0,75 km od poprzedniego. Jaką drogę pokonał rowerzysta, jeśli w ciągu ostatniej godziny przejechał 17 km?

Zad. 78

Wykopanie pierwszego metra studni kosztuje 8 zł, a każdego następnego o 3 zł drożej.

a) Ile kosztuje wykopanie studni o głębokości 25 m?

b) Wykopanie studni kosztowało 798 zł. Jaka była jej głębokość?

Zad. 79

Piłka odbijając się od ziemi, osiągała za każdym razem wysokość wynoszącą $\frac{2}{3}$ poprzedniej. Jak wysoko wzniosła się piłka po pierwszym uderzeniu, jeżeli po szóstym odbiła się na wysokość 32 m?

Zad. 80

Objętość pewnego prostopadłościanu wynosi 216 cm^3 , a długości trzech różnych jego krawędzi tworzą ciąg geometryczny. Wykaż, że jedna z tych krawędzi ma długość 6 cm.

Zad. 81

Trzy liczby, których suma wynosi 9, tworzą ciąg arytmetyczny. Jeśli do pierwszej z nich dodamy $3\frac{1}{8}$, a dwóch pozostałych nie zmienimy, to otrzymamy kolejne wyrazy ciągu geometrycznego. Znajdź te liczby.

Zad. 82

Trzy liczby a , b , 1 tworzą ciąg arytmetyczny, a liczby 1 ; a ; b tworzą ciąg geometryczny. Znajdź liczby a i b .

Zad. 83

Trzy liczby x , y , z których suma wynosi 24 tworzą ciąg arytmetyczny. Liczby $x + 1$, $y - 2$, $z - 2$ tworzą ciąg geometryczny. Oblicz liczby x , y , z .

Zad. 84

Trzy liczby, które dają w sumie 39 tworzą ciąg arytmetyczny. Jeżeli od pierwszej i od trzeciej liczby odjąć 3, a od drugiej 5, to otrzymane różnice utworzą ciąg geometryczny. Znajdź liczby tworzące ciąg arytmetyczny.

Zad. 85

Trzy liczby, które dają w sumie 35 tworzą ciąg geometryczny. Jeżeli do pierwszej liczby dodać 4, do drugiej 5, a do trzeciej 1, to otrzymane sumy utworzą ciąg arytmetyczny. Znajdź liczby tworzące ciąg geometryczny.

Zad. 86

Trzeci wyraz ciągu geometrycznego jest równy 45, a szósty wynosi 1215. Znajdź sumę ośmiu pierwszych wyrazów tego ciągu.

Zad. 87

Drugi wyraz malejącego ciągu geometrycznego jest równy 20, a czwarty wyraz wynosi 5. Znajdź sumę dziesięciu pierwszych wyrazów tego ciągu.

Zad. 88

Długości boków i przekątnej prostokąta tworzą ciąg arytmetyczny. Pole prostokąta jest równe 48 cm^2 . Wyznacz długości boków prostokąta.

Zad. 89

- a) Wyrazy pierwszy i drugi ciągu geometrycznego są pierwiastkami równania $8x^2 - 2x - 1 = 0$. Oblicz sumę sześciu początkowych wyrazów tego ciągu.
- b) Wyrazy drugi i czwarty ciągu geometrycznego są pierwiastkami równania $x^2 + 10x + 16 = 0$. Jaka jest najmniejsza możliwa wartość pierwszego wyrazu tego ciągu?

Zad 90

- a) Pierwszy wyraz ciągu arytmetycznego jest równy 2. Suma wyrazów drugiego i ósmego jest o 6 większa od sumy wyrazów trzeciego i dziewiątego. Podaj wzór ogólny i wyznacz dwunasty wyraz tego ciągu.
- b) Drugi wyraz ciągu arytmetycznego jest równy 8. Suma wyrazów piątego i siódmego jest o 10 większa od wyrazu dziewiątego. Podaj wzór ogólny i wyznacz piętnasty wyraz tego ciągu.

Zad. 91

Wyznacz liczby x i y tak, aby ciąg $(-45; x; 75)$ był arytmetyczny, a ciąg $(x; 75; y)$ był geometryczny.

Zad. 92

Znajdź takie x i y , aby ciąg $(8; x; y)$ był arytmetyczny, a ciąg $(8; x; y + 2)$ geometryczny.

Zad. 93

Między liczby 3 i 18 wstaw dwie liczby tak, aby trzy pierwsze liczby tworzyły ciąg geometryczny, a trzy ostatnie ciąg arytmetyczny.

Zad. 94

Pomiędzy liczby 4 i 24 wstaw dwie liczby tak, aby trzy pierwsze tworzyły ciąg geometryczny, a trzy ostatnie ciąg arytmetyczny.

Zad. 95

Wyrazy nieskończonego ciągu arytmetycznego spełniają warunki $a_8 - a_4 = 12$ i $a_5 = 17$

- a) Wyznacz wzór ogólny ciągu (a_n)
- b) Wyznacz k , dla którego wyrazy $a_k; a_{k+4}; a_{8k}$ w podanej kolejności są trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego.

